

## ФРАКТАЛИ. ЗАСТОСУВАННЯ В МЕДИЦИНІ

У статті розглядаються області людських знань, де знайшла своє застосування теорія фракталів, яка має велике значення для майбутніх медичних працівників. За допомогою вивчення структури фракталів створюються і удосконалюються існуючі методи діагностики, здатні вимірювати або візуалізувати фрактальність різних органів і тканин організму. Без сумнівів, дана теорія має право на існування.

**Ключові слова:** фрактал, самоподібність, сніжинка Коха, лінія Кантора, килим Серпінського, ефект пікселізації, топологічна структура, моделювання.

**Постановка проблеми.** Багато природних систем настільки складні і нерегулярні, що використання тільки знайомих об'єктів класичної геометрії для їх моделювання є безнадійним. Уявимо собі всю складність системи кровообігу, що з безлічі капілярів і судин доставляє кров до кожної клітинки людського тіла, як хитромудро влаштовані легені та нирки, що нагадують за структурою дерева з гіллястою кроною. Настільки ж складною та нерегулярною може бути і динаміка реальних природних систем. Фрактали і математичний хаос – відповідні засоби для дослідження поставлених питань. Термін «фрактал» відноситься до деякої статичної геометричної конфігурації. “Як із Хаосу народжується Порядок? Як пояснити сталість повторення в різних масштабах схожих геометричних форм? Випадковістю чи фундаментальною властивістю є різноманітність і в той же час схожість об'єктів живої і неживої природи?”

**Мета даної статті** – провести теоретичний аналіз перспективних підходів щодо доцільності використання наукометричних методів, які ґрунтуються на теорії фракталів, у медицині.

**Виклад основного матеріалу.** Нерідко те, що ми спостерігаємо в природі, інтригує нас нескінченим повторенням одного і того ж візерунка, збільшеного чи зменшеного у скільки завгодно разів. Наприклад, у дерева є гілки. На цих гілках є гілки трохи менше і т.д. Теоретично, елемент «розгалуження» повторюється нескінченно багато разів, стаючи все менше і менше. Так проявляється характерна для фракталів властивість самоподібності. У багатьох роботах з фракталів самоподібність використовується як визначальна властивість.

Фрактал – нерегулярна, самоподібна фігура, яка має нескінченний периметр і скінченну площу. У широкому розумінні фрактал -

фігура, малі частини якої в довільному збільшенні є подібними до неї самої.

Найпростішими прикладами фрактала є: сніжинка Коха, лінія Кантора, килим Серпінського, троїчна фрактальна піна, які можуть бути віднесені до однієї групи фрактальних множин відповідно у 1-вимірному, 2-вимірному, 3-вимірному просторі і узагальнені для множини в  $n$ -вимірному просторі. Їх топологічна структура може бути описана загальними формулами. Фракталами можуть бути як двохвимірні, так і трьохвимірні фігури, вони часто зустрічаються у природі.

Завдяки фрактальному підходу аналіз структури, в цілому, через розгалуження різного масштабу змінився погляд фізіологів на людський організм, на органи, які стали розглядатися вже незастиглими регулярними та іррегулярними коливаннями.

Фрактали знаходять все більше і більше застосування в науці. Основна причина цього полягає в тому, що вони описують реальний світ іноді навіть краще, ніж традиційна фізика або математика.

Найбільш корисним використанням фракталів в комп'ютерній науці є фрактальне стиснення даних. В основі цього виду стиснення лежить той факт, що реальний світ добре описується фрактальною геометрією. При цьому, картинка стискається набагато краще, ніж це робиться звичайними методами (такими як jpeg або gif). Інша перевага фрактального стиснення в тому, що при збільшенні картинки, не спостерігається ефект пікселізації (збільшення розмірів точок до розмірів, що спотворюють зображення). При фрактальному ж стисненні, після збільшення, картинка часто виглядає навіть краще, ніж до нього.

Фрактальна множина «Вітраж» відноситься до конструктивних множин, основні властивості яких можуть бути узагальнені для  $n$ -вимірною

простору, їх топологічна структура може бути досліджена комбінаторними методами.

Комп'ютерна програма побудови фрактального об'єкта «Вітраж» на площині допомагає вивчити особливості об'єкту, моделювати його на різних етапах. Дана програма буде корисною не лише студентами і викладачами для моделювання фракталів з навчальною метою, але й дизайнерами для розробки фрагментів інтер'єрів.

Сучасну науку неможливо уявити собі без теорії фракталів, дослідження яких використовується в математиці, фізиці, біології, соціології, економіці тощо.

Слід зазначити, що теорія фракталів має прикладне значення не тільки в соціальній медицині, але й у клінічній медицині. У людському організмі є низка природних фракталів. Зокрема, бронхи розгалужуються за фрактальною закономірністю. Кожний із бронхів ділиться на два меншого діаметру, які, в свою чергу, також діляться на два менші і так далі. Розгалуження кровоносних судин також має фрактальну закономірність. І це не примха природи, а життєва необхідність забезпечення всіх однотипних клітин певної тканини організму киснем і поживними речовинами однаковою мірою.

Порушення фрактальності є ознакою патологічного процесу. Для прикладу злоякісні пухлини характеризуються втратою фрактальності артерій і артеріол.

З першого погляду організм людини здається надзвичайно складним. Однак він складний лише в контексті евклідової геометрії. Фізичне тіло людини фрактальне, це вже визнано і доведено. Принцип єдиного простого, що задає різноманітність складного, закладений і в геномі людини, коли одна клітина живого організму містить інформацію про весь організм в цілому.

На даний час фрактали знаходять застосування в медицині. Сам по собі людський організм складається з безлічі фракталоподобних структур: кровоносна система, м'язи, бронхи і т.д.

Основа методу фрактального кодування - це виявлення самоподібних ділянок в зображенні. Вперше можливість застосування теорії систем ітеруючих функцій до проблеми стиснення зображення була досліджена Майклом Барнслі і Аланом Слоуном. Тому вчені задумалися чи можна застосовувати фрактальні алгоритми для діагностики або лікування будь-яких захворювань? Виявляється можливо. Наприклад, теорія фракталів може застосовуватися для аналізу електрокардіограм. Також рентгенівські знімки оброблені за допомогою фрактальних алгоритмів дають якіснішу картинку, а відповідно і більш якісну діагностику.

Виявлення ракових клітин серед здорових є

досить важливим завданням для дослідників. Наприкінці 1990-х років минулого століття вчені висунули гіпотезу про те, що ракові клітини є за своєю структурою фракталами. У 2011 році було отримано перший задовільний доказ цього припущення. Дослідникам вдалося виявити два види раку підшлункової залози в 97 % випадків, тоді як при звичайному фарбуванні матеріалу, взятого під час біопсії, пропускається від третини до половини ракових клітин.

У розпорядженні вчених знаходилися епітеліальні клітини шийки матки, отримані від 12 осіб в ході біопсії, з яких половина мали ракове захворювання, а половина були абсолютно здоровими. За допомогою атомно-силового мікроскопа були отримані зображення поверхонь набору цих клітин (топографія) і карти адгезії поверхні, тобто візуалізовані дані щодо розподілу уздовж поверхні клітини сили (сили адгезії), з якою голка атомно-силового мікроскопа контактним чином взаємодіє (зчіплюється) з заданою точкою поверхні досліджуваного об'єкта. Отримані чотири зображення були оброблені математичними методами для з'ясування, чи є вони фракталами, і якщо є, то яка їх розмірність.

Після математичної обробки зображень було встановлено, що у вказаному діапазоні (40-300 нм) перші дві фігури, що ілюструють топографію нормальних і ракових клітин, є фракталами, при цьому їх розмірності практично рівні одна одній. Дві інші картинки, візуалізують розподіл сили адгезії поверхні нормальних і ракових клітин, також виявилися фракталами і продемонстрували істотне розходження у фрактальній розмірності.

Щоб переконатися в справедливості отриманого результату, автори побудували гістограму фрактальних розмірностей адгезійних карт нормальних і ракових клітин.

На жаль, і досі незрозуміло, чому тільки адгезія так чутлива до злоякісності клітини. Для того, щоб з'ясувати справжню причину виявленого ефекту вчені розраховують продовжити свої дослідження.

Теорія фракталів має широку перспективу прикладного використання в медицині, як у соціальній, так і в клінічній. У соціальній медицині теорія фракталів підвищує ефективність наукометричних методів оцінки значущості наукових досліджень і вже сьогодні досить широко використовується. У клінічній медицині прикладне використання теорії фракталів здатне привести до появи нових та удосконалення відомих методів діагностики й лікування.

Перспективним напрямом розробки нових діагностичних методів є створення нових і удосконалення існуючих методів діагностики,

здатних вимірювати або візуалізувати фрактальність різних органів і тканин організму.

**Висновки та пропозиції.** У нашій роботі наведені далеко не всі області людських знань, де знайшла своє застосування теорія фракталів. Хочемо сказати, що з часу виникнення теорії фракталів пройшло не так багато часу, але за допомогою теорії фракталів стали пояснювати еволюцію галактик, розвиток клітини, виникнення гір і утворення хмар, рух цін на біржі, розвиток суспільства і сім'ї. Може бути, в перший час дане захоплення фракталами було

навіть занадто бурхливим і спроби все пояснювати за допомогою теорії фракталів були невиправданими. Але, без сумніву, дана теорія має право на існування.

Вивчення математики для майбутніх медичних працівників обов'язкове, оскільки тісний зв'язок математичних та медичних наук простежується вже зараз. Можливо, дослідження, що проводяться, дозволять діагностувати хвороби на ранніх стадіях саме за допомогою математичних методів.

### Список використаних джерел

1. Гопей І.Е. Комбінаторні аспекти фрактальних множин / І.Е. Гопей, Е.Б. Яворський – Полтава: Гімназія №14, 2002.– 25с.
2. Гопей М.Е. Дослідження топологічної структури деяких багатовимірних об'єктів/ М.Е. Гопей, Е.Б. Яворський – Полтава: Гімназія №14, 2005. – 29с.
3. Золотухин И.В. Фракталы в физике твердого тела/ И.В.Золотухин // Соросовский образовательный журнал, 1998. – №7. – с.108-113.
4. Маляренко А.А. Сніжинка Коха та її аналітичне означення/А.А.Маляренко //У світі математики, 2000. – т.2, №6. – с.11
5. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы/Бенуа Мандельброт – М.: Институт компьютерных исследований , 2002. – 656с.
6. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов/Александр Дмитриевич Морозов. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 160с.
7. Оленко А.Я. Топологічна і фрактальна вимірності/ А.Я.Оленко // У світі математики, 1996.– т.2, № 2.– с. 12-15.
8. Працьовитий М.В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів / Микола Вікторович Працьовитий – К: НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998. – 296с.
9. Шабетник В.Д. Фрактальная геометрия в приложении к фрактальной физике. Российская академия космонавтики IX Международная конференция: Математика, образование, экономика, экология. г.Чебоксары, 28 мая – 2 июня 2001.
10. <http://webcenter.ru/~shabet/frakgeom.html>.
11. <http://fractals.chat.ru/math.html>.
12. [http://www.fxclub.org/trader\\_analytic/sec763/2009/07/02/article8698.html](http://www.fxclub.org/trader_analytic/sec763/2009/07/02/article8698.html).
13. <http://chaos.shabarshin.com/intro/fractals.html>.

*Лукьяненко М.Н., Григорьева И.Н.*

### **ФРАКТАЛЫ. ПРИМЕНЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ**

*В статье рассматривается область человеческих знаний, где нашла свое применение теория фракталов, которая имеет большое значение для будущих медицинских работников. С помощью изучения структуры фракталов создаются и совершенствуются существующие методы диагностики, способные измерять или визуализировать фрактальность разных органов и тканей организма. Без сомнения, эта теория имеет право на существование.*

**Ключевые слова:** *фрактал, самоподобие, снежинка Коха, линия Кантора, ковер Серпинского, эффект пикселизации, топологическая структура, моделирование.*

*Lukianenko M., Hrihorieva I.*

### **THE FRACTALS AND ITS APPLICATIONS IN MEDICINE**

*This article presents human knowledges using fractal theory which is extremely important for future medical staff. Study of fractal structure helps to create and enhance existing diagnostics methods that are able to measure or visualize fractality of different organs and tissues of the body. Undoubtedly this theory has the right to exist.*

**Key words:** *fractal, self-similarity, Koch snowflake, Cantor line, Sierpinski carpet, pixelization effect, topological structure, simulation*